

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <http://www.ibo.org/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse <http://www.ibo.org/fr/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <http://www.ibo.org/es/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

## Matemáticas

### Nivel Medio

### Prueba 2

Martes 19 de noviembre de 2019 (mañana)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

#### Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

### Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 6]

La siguiente tabla muestra el número de mensajes,  $M$ , que seis adolescentes elegidos al azar enviaron durante el mes de octubre. La tabla también muestra el tiempo,  $T$ , que hablaron por teléfono a lo largo de ese mismo mes.

<b>Tiempo que hablaron por teléfono (<math>T</math> minutos)</b>	50	55	105	128	155	200
<b>Número de mensajes (<math>M</math>)</b>	358	340	740	731	800	992

La relación entre estas variables se puede modelizar mediante la ecuación de regresión  $M = aT + b$ .

(a) Escriba el valor de  $a$  y el de  $b$ . [3]

(b) Utilice su ecuación de regresión para predecir el número de mensajes enviados por un adolescente que habló por teléfono 154 minutos en octubre. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. [Puntuación máxima: 5]

Considere las rectas  $L_1$  y  $L_2$  cuyas ecuaciones son, respectivamente,

$$L_1 : y = -\frac{2}{3}x + 9 \text{ y } L_2 : y = \frac{2}{5}x - \frac{19}{5}.$$

(a) Halle el punto de intersección de  $L_1$  y  $L_2$ . [2]

Sea una tercera recta  $L_3$  cuya pendiente es  $-\frac{3}{4}$ .

(b) Escriba un vector director de  $L_3$ . [1]

$L_3$  pasa por el punto de intersección de  $L_1$  y  $L_2$ .

(c) Escriba una ecuación vectorial para  $L_3$ . [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

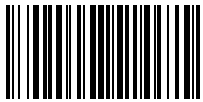
.....

.....

.....

.....

.....



3. [Puntuación máxima: 7]

Sea  $f(x) = x - 8$ ,  $g(x) = x^4 - 3$  y  $h(x) = f(g(x))$ .

(a) Halle  $h(x)$ . [2]

Sea  $C$  un punto del gráfico de  $h$ . La tangente al gráfico de  $h$  en  $C$  es paralela al gráfico de  $f$ .

(b) Halle la coordenada  $x$  de  $C$ . [5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

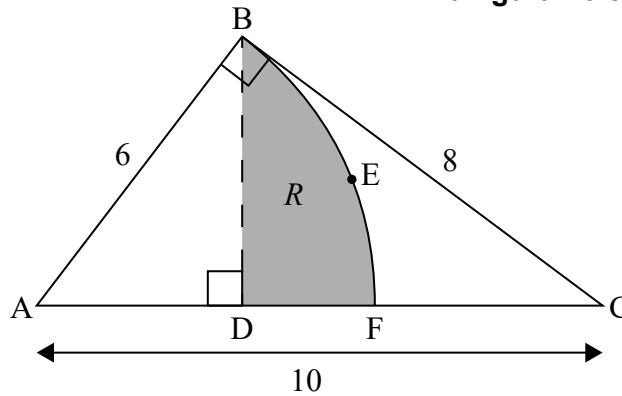


4. [Puntuación máxima: 7]

En la siguiente figura se muestra un triángulo rectángulo ABC, siendo  $AC = 10$  cm,  $AB = 6$  cm y  $BC = 8$  cm.

Los puntos D y F pertenecen a [AC].  
[BD] es perpendicular a [AC].  
BEF es el arco de una circunferencia con centro en A.  
La región R está delimitada por [BD], [DF] y el arco BEF.

la figura no está dibujada a escala



- (a) Halle  $\hat{BAC}$ . [2]
- (b) Halle el área de R. [5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Véase al dorso

5. [Puntuación máxima: 7]

Los dos primeros términos de una progresión geométrica son  $u_1 = 2,1$  y  $u_2 = 2,226$ .

- (a) Halle el valor de  $r$ . [2]
- (b) Halle el valor de  $u_{10}$ . [2]
- (c) Halle el valor más pequeño de  $n$  para el que se cumple que  $S_n > 5543$ . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

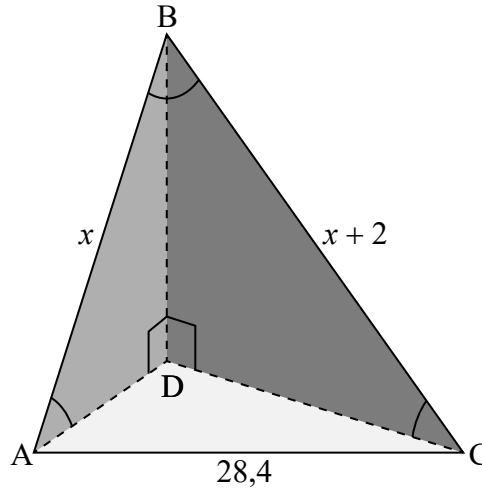
.....



6. [Puntuación máxima: 6]

En la siguiente figura se muestra una pirámide de base triangular; dicha base es ADC. La arista BD es perpendicular a las aristas AD y CD.

la figura no está dibujada a escala



$AC = 28,4 \text{ cm}$ ,  $AB = x \text{ cm}$ ,  $BC = x + 2 \text{ cm}$ ,  $\hat{A}BC = 0,667$ ,  $\hat{B}AD = 0,611$

Calcule AD.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Véase al dorso



7. [Puntuación máxima: 7]

La siguiente tabla muestra la distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta  $X$ , con  $a \geq 0$  y  $b \geq 0$ .

$x$	1	4	$a$	$a + b - 0,5$
$P(X = x)$	0,2	0,5	$b$	$a$

(a) Muestre que  $b = 0,3 - a$ . [1]

(b) Halle la diferencia entre el mayor valor posible de la esperanza matemática y el menor valor posible de la esperanza matemática. [6]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



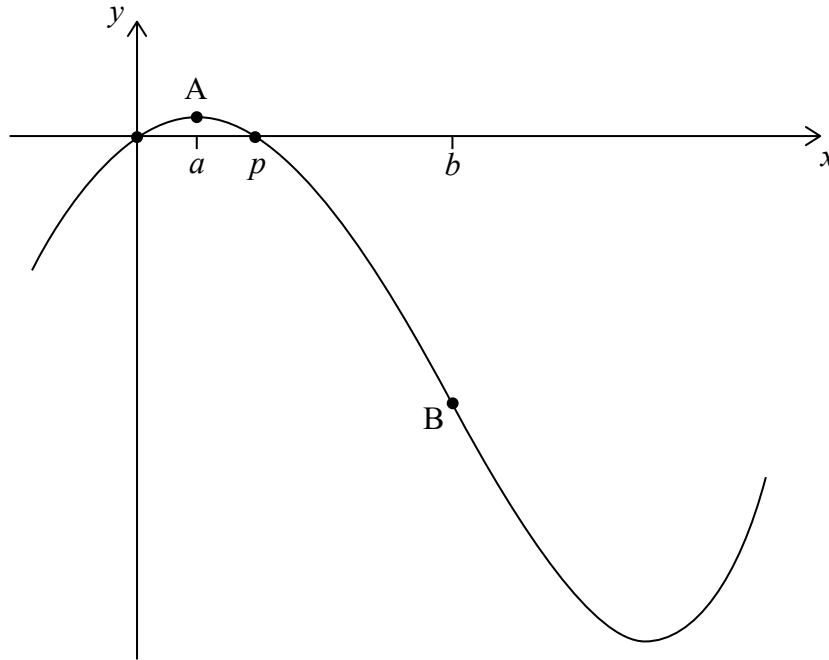
No escriba soluciones en esta página.

### Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 16]

Sea  $f(x) = x^4 - 54x^2 + 60x$ , para  $-1 \leq x \leq 6$ . La siguiente figura muestra el gráfico de  $f$ .



Los puntos de corte con el eje  $x$  están en  $x=0$  y en  $x=p$ . Hay un máximo en el punto A, donde  $x=a$ , y un punto de inflexión en el punto B, donde  $x=b$ .

- (a) Halle el valor de  $p$ . [2]
- (b) (i) Escriba las coordenadas de A.
- (ii) Halle la ecuación de la tangente al gráfico de  $f$  en A. [4]
- (c) (i) Halle las coordenadas de B.
- (ii) Halle la razón de cambio de  $f$  en B. [7]
- (d) Sea  $R$  la región delimitada por el gráfico de  $f$ , el eje  $x$  y las rectas  $x=p$  y  $x=b$ . La región  $R$  se rota  $360^\circ$  alrededor del eje  $x$ . Halle el volumen del sólido así formado. [3]



No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 15]

La aerolínea SpeedWay vuela de la ciudad A a la ciudad B. El tiempo de vuelo sigue una distribución normal de media 260 minutos y desviación típica 15 minutos.

Se considera que un vuelo llega con retraso si dura más de 275 minutos.

(a) Calcule la probabilidad de que un vuelo **no** llegue con retraso. [2]

Se considera que el vuelo llega **puntual** si dura entre  $m$  y 275 minutos. La probabilidad de que un vuelo llegue puntual es igual a 0,830.

(b) Halle el valor de  $m$ . [3]

Cada semana hay 12 vuelos de SpeedWay que van de la ciudad A a la ciudad B. La duración de cada vuelo es independiente de la duración de cualquier otro vuelo.

(c) (i) Calcule la probabilidad de que al menos 7 de estos vuelos lleguen **puntuales**.  
(ii) Sabiendo que al menos 7 de estos vuelos han llegado puntuales, calcule la probabilidad de que haya exactamente 10 vuelos que han llegado puntuales. [7]

SpeedWay aumenta el número de vuelos que van de la ciudad A a la ciudad B hasta los 20 vuelos por semana; además, mejora su eficiencia para que haya más vuelos que lleguen puntuales. La probabilidad de que al menos 19 vuelos lleguen puntuales es igual a 0,788.

(d) Se escoge un vuelo al azar. Calcule la probabilidad de que llegue puntual. [3]



No escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 14]

Un cohete se mueve en línea recta, siendo su velocidad inicial de  $140 \text{ m s}^{-1}$ . Va acelerando en dos fases hasta alcanzar una velocidad de  $500 \text{ m s}^{-1}$ .

Durante la primera fase, la aceleración del cohete,  $a \text{ m s}^{-2}$ , después de  $t$  segundos viene dada por  $a(t) = 240 \sin(2t)$ , donde  $0 \leq t \leq k$ .

(a) Halle una expresión para la velocidad del cohete,  $v \text{ m s}^{-1}$ , durante esta primera fase. [4]

La primera fase dura  $k$  segundos, hasta que la velocidad del cohete alcanza los  $375 \text{ m s}^{-1}$ .

(b) Halle la distancia que recorre el cohete durante esta primera fase. [4]

Durante la segunda fase, el cohete presenta una aceleración constante. La distancia que recorre el cohete durante esta segunda fase es la misma que la que recorre durante la primera fase.

(c) Halle el tiempo total que duran las dos fases. [6]



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



12EP12